

Оригинальная статья / Original Paper

DOI 10.15826/urej.2021.5.3.003

УДК 528.852

## Исследование и модификация метода формирования встречного вихревого поля для развертывания фазы

**А. В. Сосновский**

Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, Россия, 620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 32

✉ a.v.sosnovsky@urfu.ru

### Аннотация

Предложена модификация метода встречного вихревого поля для развертывания фазы при интерферометрической обработке данных космических радиолокаторов с синтезированной апертурой. Модификация включает в себя выделение и развертывание низкочастотной фазы, получение интерферограммы остаточной фазы и ее фильтровую обработку. Произведена оценка точности получаемых при помощи алгоритма цифровых моделей рельефа на примере интерферометрической обработки радиолокационных данных ALOS PALSAR с использованием эталонных высотных данных. Произведено сравнение точности с другими распространенными алгоритмами развертывания фазы.

### Ключевые слова

интерферометрическая обработка данных PCA, развертывание фазы, анализ точности

### Для цитирования

Сосновский А. В. Исследование и модификация метода формирования встречного вихревого поля для развертывания фазы. *Ural Radio Engineering Journal*. 2021;5(3):239–257. DOI: 10.15826/urej.2021.5.3.003.

## Investigation and modification of the inversed vortex phase field method for phase unwrapping

**A. V. Sosnovsky**

Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, 32 Mira Str., Ekaterinburg, 620002, Russia

✉ a.v.sosnovsky@urfu.ru

### Abstract

The paper focuses on the problem of the phase unwrapping in space-borne remote-sensing interferometric synthesized aperture radar (InSAR) systems. Major unwrapping methods and techniques are

© Сосновский А. В., 2021

considered and the modification of the inversed vortex phase field method of phase unwrapping for interferometric data processing of space-borne synthesized aperture radars is proposed. The modification includes the separation and unwrapping of the low-frequency phase only, and obtaining of the residual phase interferogram, which phase range does not exceed 1–2 ambiguity height values. This approach significantly reduces the number of phase residues and increases the processing speed. The other modification implies filter processing of the residual phase without phase unwrapping, which includes iterative separation of the low-frequency using the Gaussian filter and phase subtraction. This approach moves phase fringes to the relief inflection areas, and is similar to the minimum-cost flow unwrapping results. The computational complexity of the algorithm is proportional to the interferogram size and the number of the phase residues of the low-frequency phase interferogram. The accuracy of digital elevation models obtained by the algorithm was estimated using the ALOS PALSAR radar data and the reference altitude data. The results show, that the accuracy is compared with the minimum-cost flow method, but has less computational complexity.

### Keywords

InSAR data processing, phase unwrapping, accuracy analysis

### For citation

Sosnovsky A.V. Investigation and modification of the inversed vortex phase field method for phase unwrapping. *Ural Radio Engineering Journal*. 2021;5(3):239–257. DOI: 10.15826/urej.2021.5.3.003.

## Введение

Развертывание фазы по праву можно полагать основным этапом интерферометрической обработки данных радиолокационного зондирования Земли, поскольку его невыполнение в подавляющем большинстве случаев не позволит получить осмысленного и пригодного к практическому использованию результата (цифровых моделей рельефа, карт подвижек рельефа, карт высот крупной растительности). При развертывании фазы осуществляется «склеивание» интерференционных полос двумерной фазовой картины – интерферограммы относительной фазы  $\Delta\varphi_{m,n}$  – в непрерывную (кусочно-непрерывную) интерферограмму абсолютной фазы  $\Psi_{m,n}$  (рис. 1). Основной подход к решению этой задачи заключается в интегрировании фазового градиента вдоль какой-либо траектории, охватывающей все элементы интерферограммы [1]. В дискретной постановке задачи такое развертывание осуществляется путем вычисления разностей фаз  $\delta_{m,n}$  соседних элементов со свертыванием их в интервал однозначности  $[-\pi, \pi)$  и последующим суммированием полученных разностей:

$$\delta_{m,n} = W\{\Delta\varphi_{m,n} - \Delta\varphi_{m-i,n-j}\};$$

$$\Psi_{m,n} = \delta_{m,n} + \delta_{m-i,n-j},$$
(1)

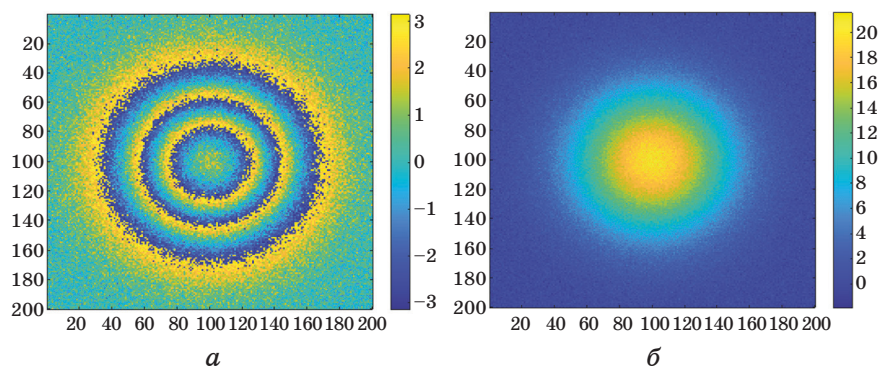
где  $W\{\}$  – оператор свертывания фазы в интервал однозначности  $[-\pi, \pi)$ ,  $m, n$  – номера элементов интерферограммы,  $i = 1$  и  $j = 0$  при развертывании по направлению вниз по вертикали (по столбцам) либо  $i = 0$  и  $j = 1$  при развертывании вправо по горизонтали (по строкам). Однако результат такого развертывания будет корректным только при отсутствии на интерферограмме разрывов фазы – ситуаций, при которой возникает зависимость результата развертывания от направления суммирования разностей  $\delta_{m,n}$  [1, 2]. Разрыв фазы, как правило, представляет собой некоторую линию произвольной траектории, на концах которой нарушается условие равенства нулю суммы разностей фаз на элементарном замкнутом контуре:

$$R_{m,n} = \delta_{m,n} + \delta_{m,n-1} + \delta_{m-1,n-1} + \delta_{m-1,n}. \quad (2)$$

Функция вычетов  $R_{m,n}$  в точках разрыва интерферограммы (сингулярных точках) равна  $\pm 2\pi r$  (при натуральном  $r$ ). Как правило, на интерферограммах, полученных при радиолокационной съемке земной поверхности, в точках разрыва фазы  $r = 1$ , а знак функции  $R_{m,n}$  (знак точки разрыва) определяет направление возрастания разорванного поля: «+» соответствует возрастанию при обходе элементарного контура против часовой стрелки, «–» – по часовой стрелке. Точки разрыва встречаются на интерферограмме, как правило, парами с разными знаками и соединяются виртуальной линией, при пересечении которой в процессе суммирования развертывания по правилу (1) возникает ошибка, заключающаяся в появлении или пропуске одной интерференционной полосы относительно путей суммирования, не пересекающих эту линию (рис. 2), и абсолютная фаза в такой ситуации в принципе не может быть восстановлена однозначно [2–5].

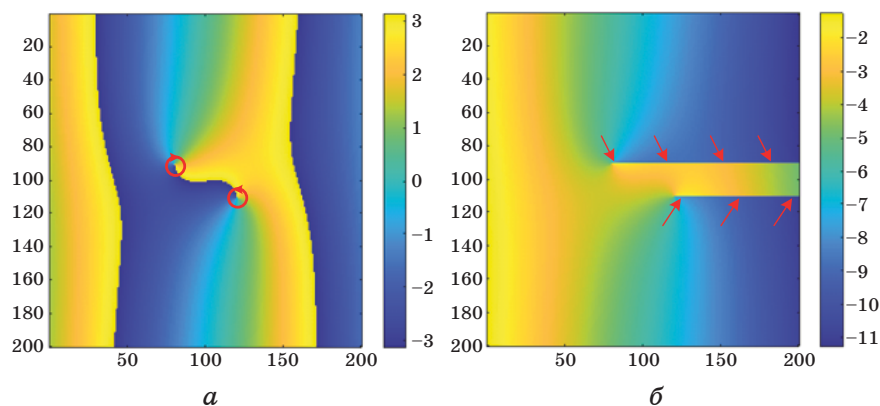
Понятие точки разрыва фазы близко, но не тождественно понятию особой точки функции комплексной переменной, из-за чего математический аппарат и методы этой теории находят лишь ограниченное применение в описании и синтезе методов развертывания фазы. И если обнаружение точек разрыва не представляет какой-либо сложности (достаточно реализовать алгоритм линейной сложности в соответствии с выражением (2)), то обнаружение линий разрыва требует как минимум соединения точек в пары по какому-либо критерию (например, по минимуму расстояния), что уже потребует алгоритма квадратичной сложности (относительно количества точек разры-

ва одного знака); а более подробный анализ для получения оптимального решения (например, по критерию наибольшей гладкости) приводит к необходимости реализации алгоритма NP-сложности, что не раз отмечалось исследователями [1, 5]. Тем не менее именно разворачивание фазы является главным этапом интерферометрической обработки радиолокационных данных дистанционного зондирования, и, соответственно, разработка и исследование алгоритмов разворачивания фазы является важной научной и технической задачей.



**Рис. 1.** Разворачивание фазы: *a* – интерферограмма относительной фазы, *б* – интерферограмма абсолютной фазы

**Fig. 1.** Phase unwrapping: *a* – initial interferogram; *b* – unwrapped phase



**Рис. 2.** Ошибка разворачивания при прохождении линии разрыва: *a* – исходная интерферограмма; *б* – разворачивание интерферограммы в горизонтальном направлении (стрелками показаны границы «лишней» интерференционной полосы)

**Fig. 2.** Phase gradient summation errors: *a* – initial interferogram; *b* – phase unwrapping using horizontal summation (arrows show the false fringe edges)

## **История и современное состояние задачи развертывания фазы при интерферометрической обработке радиолокационных данных дистанционного зондирования Земли**

Поскольку большинство интерферометрических технологий в физике, астрономии и технике используют не мультипликативный, а аддитивный способ получения интерференционных картин [5], который не требует выполнения развертывания фазы, то до 1970-х гг. изучению подходов к решению задачи развертывания фазы уделялось мало внимания. Начало исследований можно отнести ко второй половине 1970-х гг., и связаны они были в основном с кепстральной обработкой сигналов (одномерных и двумерных), получаемых при астрономических измерениях [7–9]. Первые практические результаты в области космической радиолокационной интерферометрии были продемонстрированы во второй половине 1980-х гг. [10], а развитие радиолокационных космических технологий дистанционного зондирования Земли для картографирования рельефа в 1980-х и 1990-х гг. послужило толчком к развитию методов развертывания фазы [3, 9, 11, 12 и др.] и разработке десятков различных алгоритмов, основанных на использовании математического аппарата из различных предметных областей: теории векторных полей (метод вставки ветвей отсечения Goldstein Residue Cut, метод функций Грина), теории оптимизации (метод целочисленной оптимизации, метод оптимизации сетевых потоков Minimum Cost Flow), теории фильтрации (метод фильтрации Калмана, метод нелинейной стохастической фильтрации и др.), решении больших систем уравнений (метод наименьших квадратов), генетических алгоритмов [13], нейронных сетей и т. п. В обзорах [4, 5, 14–19] приводятся упоминания не менее 30 алгоритмов развертывания фазы.

В 2000-х акцент с разработки новых методов развертывания фазы сместился в сторону сравнительного анализа уже существующих и их модификации. На сегодняшний день наибольшее внимание разработке и исследованию методов развертывания фазы уделяют научные коллективы Японии и Китая. В России и бывшем СССР наиболее известны работы в данной области, выполнявшиеся Р.И. Шуваловым, А.В. Филатовым, М.А. Егоскиным, А.И. Захаровым и др. По состоянию на 2021 год задача по-прежнему остается актуальной: только за период 2020 – I квартала 2021 года в наукометрической базе данных Scopus было индексировано более 386 работ, упоминающих развертывание фазы (phase unwrapping) в названии, ключевых словах либо аннота-

ции (в том числе в названии – 126 работ), из них в контексте космических радиолокационных систем дистанционного зондирования Земли – 49 работ. В 2019 году вышел обзор методов развертывания фазы [20], где приводятся статистики публикационной активности в области развертывания фазы за 1995–2017 гг. в разрезе различных способов (в том числе и аппаратных) решения данной задачи. Подробная классификация методов развертывания фазы приведена в [1, 19, 21], а также в [20], где рассматривается также и комбинационный способ уменьшения фазовой неоднозначности. В работе Л.Н. Захаровой [21] проводится качественный сравнительный анализ десяти алгоритмов развертывания (разворота) фазы (6 локальных и 4 глобальных) по восьми критериям и производится количественное их сравнение по спектральным характеристикам развернутой фазы, по которым можно судить о фильтрующих свойствах алгоритмах и наличии крупномасштабных отклонений. В работе Р.И. Шувалова [1] все рассматриваемые алгоритмы классифицируются по применяемому математическому аппарату, характеру работы с интерферограммой (локальные и глобальные), типу применяемой регуляризации (поиск добавочного поля, формирование системы разрезов, взвешенное осреднение).

В [1, 19] введены характеристики алгоритмов по классу гладкости получаемого решения и классу вычислительной сложности. Поскольку большая часть алгоритмов, в том числе и считающиеся наиболее эффективными (MCF/SNAPHU), используют оптимизационные и сетевые подходы, то их вычислительная эффективность оказывается не лучше полиномиальной (по меньшей мере, второго порядка), а возможности по их ускорению за счет распараллеливания вычислений крайне ограничены. Таким образом, актуальной представляется задача разработки таких алгоритмов, которые при приемлемой точности будут иметь высокую вычислительную эффективность (полиномиальную ниже 2-го порядка) и допускать возможность параллельной реализации. Также следует отметить, что многие из существующих методов направлены на построение поля абсолютной фазы, конгруэнтного полю относительной, что для рассматриваемого типа данных с большим числом разрывов, но неплохой гладкостью форм не всегда оказывается полезным в смысле выигрыша в точности восстановления абсолютной фазы, поэтому отказ от требования конгруэнтности может существенно (упрощать) разработку алгоритмов без ощутимого проигрыша в точности.

Подход к развертыванию фазы, имеющий сложность, близкую к линейной, был ранее предложен Аоки и Томиокой ([11, 22]) для обработки данных интерферометрии «малых форм» (про-



филометрия, дефектоскопия и т. п.), однако самими авторами была показана его неэффективность при наличии больших разрывов фазы (охватывающих две и более интерференционных полосы), из-за чего данный алгоритм вызвал мало интереса у исследователей и разработчиков. Разработанный автором на его основе алгоритм встречного вихревого поля фазы с итеративным устранением разрывов [23] показал неплохие результаты и хорошие возможности для параллельного исполнения, однако его точность и робастность оказались хуже, чем у алгоритма по методу минимальной стоимости потока. Таким образом, разработка новых алгоритмов развертывания и обоснование их эффективности (как вычислительной, так и в смысле точности восстановления абсолютной фазы) является актуальным научно-техническим направлением, направленным на повышение точности картографических и геодезических данных, получаемых методом радиолокационной интерферометрией. Целью настоящей работы является модификация алгоритма развертывания по методу встречного вихревого поля, направленная на повышение точности получаемых цифровых моделей рельефа земной поверхности.

### **Метод встречного вихревого поля и его модификации для развертывания фазы космической радиоинтерферометрии**

Суть алгоритма встречного вихревого поля заключается в компенсации разрывов интерферометрической фазы искусственными псевдоразрывами встречного направления [23]. Метод включает итерационное построение поля псевдоразрывов для компенсации разрывов интерферометрической фазы, после чего восстановление абсолютной фазы может быть проведено в соответствии с формулой (1). Для компактного математического описания такого алгоритма целесообразно вместо интерферограммы  $\Delta\varphi_{m,n}$  рассматривать комплексную интерферограмму  $I(z)$ , представляющую собой функцию комплексной переменной  $z$ , где  $z = m + jn$ :

$$I(z) = e^{j\Delta\varphi(z)} = e^{j\Delta\varphi(m+jn)}. \quad (3)$$

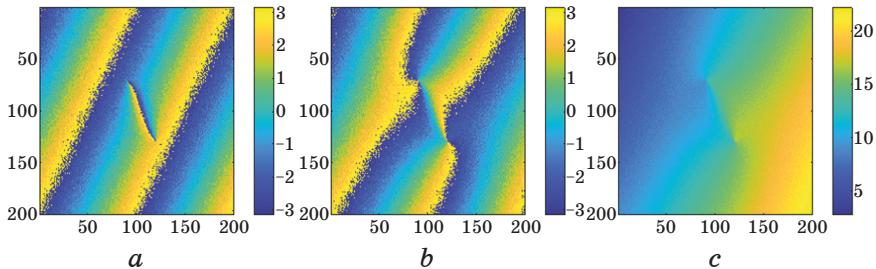
При таком представлении точки разрыва фазы с положительным знаком будут соответствовать нулю  $r$ -го порядка функции  $I(z)$ , а с отрицательным – ее полюсу  $r$ -го порядка. Таким образом, становится возможным моделирование поведения фазы в точках разрыва с помощью простых функций следующего вида:

$$\varphi^p(z) = \arg\{z - z_p\}, \quad \varphi^0(z) = -\arg\{z - z_0\}, \quad (4)$$

где  $\varphi^p(z)$  и  $\varphi^0(z)$  – модели поведения фазы – псевдоразрывы – в окрестности полюса и нуля комплексной интерферограммы, соответственно,  $z_p$  и  $z_0$  – точки, соответствующие координатам полюса или нуля комплексной интерферограммы, соответственно. Число нулей  $\{z_{01}, z_{02}, \dots, z_{0n}\}$  и число полюсов  $\{z_{p1}, z_{p2}, \dots, z_{pm}\}$  на интерферограмме не обязательно одинаковы хотя бы в силу ограниченности ее размера (линия разрыва может уходить за границу сцены). Псевдоразрывы (4) можно использовать для восстановления непрерывности фазы, сформировав из них встречное вихревое поле  $C(z)$  следующим образом [23]:

$$C(z) = \exp \left\{ j \cdot \arg \left\{ \frac{(z - z_{p1})(z - z_{p2}) \dots (z - z_{pm})}{(z - z_{01})(z - z_{02}) \dots (z - z_{0n})} \right\} \right\}, \quad (5)$$

где  $u$ ,  $v$  – количество полюсов и нулей функции  $I(z)$ , соответственно. Умножение комплексной интерферограммы  $I(z)$  на встречное вихревое поле  $C(z)$  будет приводить к исчезновению точек разрыва, а получившаяся таким образом интерферограмма будет, как правило, иметь гладкий характер (рис. 3). При этом возможно появление новых точек разрыва, для компенсации которых вновь следует произвести расчет функции вычетов и сформировать новое встречное вихревое поле  $C'(z)$ .



**Рис. 3.** Развертывание интерферограммы с помощью встречного вихревого поля: *a* – исходная интерферограмма; *b* – фаза произведения исходной интерферограммы и встречного вихревого поля; *c* – развернутая интерферограмма

**Fig. 3.** Phase unwrapping using the inversed phase field: *a* – initial interferogram; *b* – argument of the initial interferogram and inversed phase field dot product; *c* – unwrapped interferogram

Отсюда можно сформулировать следующий алгоритм раз-  
вертывания фазы по методу встречного вихревого поля фазы:

- 1) расчет функции вычетов интерферограммы  $R_{m,n}$ ;
- 2) формирование корректирующего множителя  $C(z)$  по формуле (5);
- 3) умножение комплексной интерферограммы на корректирующий множитель и получение новой интерферограммы  $I'(z)$ ;



4) расчет функции вычетов новой интерферограммы  $R'_{m,n}$ ;  
5) если  $R'_{m,n}$  всюду равна нулю, то переход к п. 6, если нет – то возврат к п. 1 и выполнение пп. 1–4 для новой интерферограммы;

6) развертывание фазы по формулам (1) вдоль любой траектории, охватывающей все элементы интерферограммы.

Во всех исследованных случаях, в том числе рассмотренных далее, алгоритм сходился достаточно быстро, количество точек разрыва на второй итерации уменьшалось в 10–20 раз по сравнению с первоначальным, максимальное количество итераций достигало 8.

Поскольку устранение разрыва (вихря) фазы производится путем вычисления произведения комплексных экспоненциальных множителей (число множителей равно числу точек разрыва фазы), то из-за коммутативности умножения обход вычетов может производиться в любом порядке. Так как на каждом этапе производятся простые вычислительные операции (формирование комплексных отсчетов детерминированной функции, комплексное умножение, сложение), то хорошо подвержен параллельному исполнению в части разнесения вычисления встречных вихрей и комплексного умножения при формировании  $C(z)$  по отдельным вычислительным устройствам (ВУ). Кроме того, возможно пространственное разбиение обрабатываемой интерферограммы на отдельные участки для выполнения вычислений только в рамках участка (т. е. реализация параллельной обработки в части разнесения по отдельным ВУ частей самой интерферограммы), что позволяет снизить требования к объему памяти ВУ (реализация такого алгоритма предложена в [24]). Вычислительная сложность алгоритма будет определяться количеством элементов интерферограммы и количеством разрывов фазы –  $O(N \times M)$ , где  $N$  – количество элементов интерферограммы,  $M = u \cdot v$  – количество точек разрыва. Количество точек разрыва на интерферограммах радиолокационных систем дистанционного зондирования Земли, как правило, невелико относительно общего количества элементов интерферограммы и составляет от долей процента до 15–20 % от этого количества (последнее – для случая, когда не используется подавление фазового шума). Таким образом, относительно только количества элементов интерферограммы вычислительную сложность можно определить как  $O(N^{1+\varepsilon})$ , где  $\varepsilon$  не превышает 0,2, а чаще лежит в диапазоне 0,005 ... 0,05.

Увеличения скорости работы алгоритма можно достичь с помощью следующих подходов:

1) заменой комплексных умножений сложениями фаз с приведением суммы в диапазон однозначности измерения фазы, при этом встречное вихревое поле будет иметь следующий вид:

$$C^*(z) = W\{\varphi_1^p(z) + \varphi_2^p(z) + \dots + \varphi_u^p(z) - \varphi_1^0(z) - \varphi_2^0(z) - \dots - \varphi_v^0(z)\}; \quad (6)$$

2) однократное вычисление элементарного вихря (4) только для полюса и на поле, размер которого вдвое (по каждой стороне) превышает размер интерферограммы. Это позволяет избежать необходимости вычисления функции арктангенса на каждом шаге обработки и считывать из памяти ВУ только участок размером, равным размеру интерферограммы, и с центром, равным положению точки разрыва.

Для повышения точности развертывания реализована следующая модификация алгоритма. На первом этапе путем фильтрации комплексной интерферограммы  $I(z)$  производится выделение ее низкочастотной составляющей. На этом этапе используется низкочастотный гауссовый фильтр как простой в реализации и вместе с тем обладающий амплитудно-частотной характеристикой, хорошо согласующейся с формой амплитудной спектральной плотности интерферограммы. Затем осуществляется развертывание низкочастотной составляющей методом встречного вихревого поля фазы, и вычисление остаточной интерферограммы  $I_d(z)$ , на которой появление интерференционных полос обусловлено преимущественно влиянием разрывов фазы, а не формой рельефа (рис. 4):

$$U(z) = UW\{F\{I(z)\}\};$$

$$I_d(z) = \frac{I(z)}{U(z)}, \quad (7)$$

где  $U(z)$  – развернутая (абсолютная) фаза низкочастотной составляющей интерферограммы,  $UW\{ \}$  – символическое обозначение операции развертывания (по методу встречного вихревого поля),  $F\{ \}$  – символическое обозначение гауссовой фильтрации исходной интерферограммы. На втором этапе производится следующая обработка остаточной интерферограммы:

$$\dot{w}(z) = F^*\{\dot{I}_d(z)\}, \quad \dot{s}(z) = \frac{\dot{I}_d(z)}{\dot{w}(z)}, \quad (8)$$

где  $\dot{w}(z)$  – сглаженная остаточная интерферограмма,  $F^*\{ \}$  – символическая запись низкочастотной гауссовой фильтрации остаточной интерферограммы;  $\dot{s}(z)$  – фаза сглаженной остаточной интерферограммы. Итоговая интерферограмма абсолютной фазы получается сложением отдельных компонент:

$$\hat{U}(z) = U(z) + \arg\{\dot{s}(z)\} + \arg\{\dot{w}(z)\}. \quad (9)$$

Обработка остаточной интерферограммы может быть продолжена итеративно по отношению к интерферограмме  $\dot{w}(z)$ , в этом случае в формулу (9) добавляются слагаемые остаточных интерферограмм  $\dot{s}_i(z)$  и последней сглаженной  $\dot{w}_{N_I}(z)$ :

$$\begin{aligned} \hat{U}(z) = & U_0(z) + \arg\{\dot{s}_1(z)\} + \arg\{\dot{s}_2(z)\} + \dots + \\ & + \arg\{\dot{s}_{N_I}(z)\} + \arg\{\dot{w}_{N_I}(z)\}, \end{aligned} \quad (10)$$

Предложенная модификация позволяет существенно уменьшать число точек разрыва, ускоряя работу алгоритма, а обработка остаточной фазы по предложенному способу позволяет получить конгруэнтное или «почти конгруэнтное» (если не осуществлять прибавление  $\arg\{\dot{w}_{N_I}(z)\}$ ) решение задачи развертывания, при котором линии разрыва фазы будут располагаться на выступающих элементах рельефа аналогично тому, как это происходит при реализации метода минимальной стоимости потока.

Модифицированный алгоритм в соответствии с выражениями (7)–(10) был реализован в среде MATLAB 2018b, выделение низкочастотной составляющей интерферограммы и получение остаточной фазы (7) проводилось в два этапа (на частотах среза АЧХ в 5 отн. ед. и 50 отн. ед.), обработка остаточной фазы (8)–(10) – последовательным применением фильтров с понижающимися частотами среза АЧХ (с 50 отн. ед. до 1 отн. ед.).

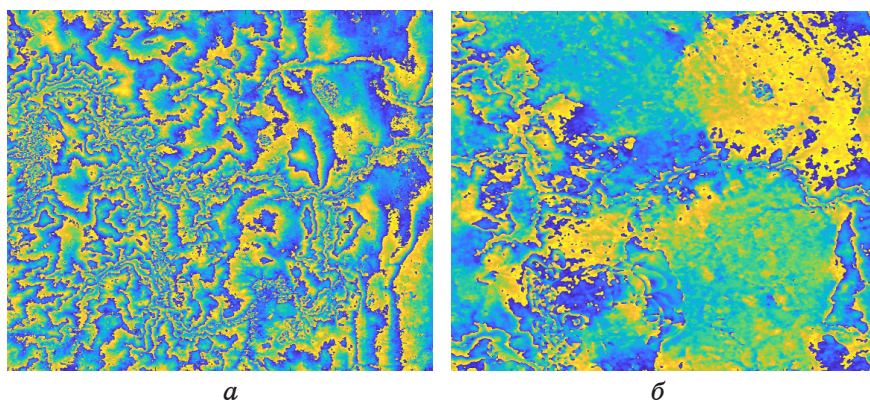


Рис. 4. Интерферограммы сцены ALOS PALSAR:  
а – исходная; б – остаточной фазы

Fig. 4. ALOS PALSAR scene interferogram:  
a – initial; b – residual

## Экспериментальное исследование точности развертывания фазы

Экспериментальные данные для исследования точности были представлены тремя интерферометрическими парами, полученными космическим аппаратом ALOS (радиолокатор PALSAR). Сцена 1 была получена в режиме двойной поляризации (использовался кадр с ГГ-поляризацией), высота неоднозначности фазы составила 17 м (на ближнем краю сцены), период пространственной выборки – примерно  $15 \times 3$  м, а исходный размер интерферограммы –  $17800 \times 4300$  элементов. Сцены 2 и 3 были получены в режиме одиночной поляризации (ГГ), высоты неоднозначности фазы составляли 45 м и 64 м соответственно, период пространственной выборки обеих сцен –  $7,5 \times 3$  м, размеры интерферограмм –  $21700 \times 10500$  и  $22000 \times 10600$  элементов. При обработке сцены 1 использовался коэффициент межэлементного некогерентного накопления (азимут $\times$ дальность)  $8 \times 2$ , для сцен 2 и 3 –  $8 \times 4$ . Местность сцен 1 и 2 была холмистой, в то время как для сцены 3 – низкогорной. Эталонные высоты были представлены наборами из не менее чем 1500 отметок топографической карты с вертикальной точностью не хуже 0,5 м. Преобразование эталонных данных в систему координат интерферограммы осуществлялось по методике, предложенной в [25].

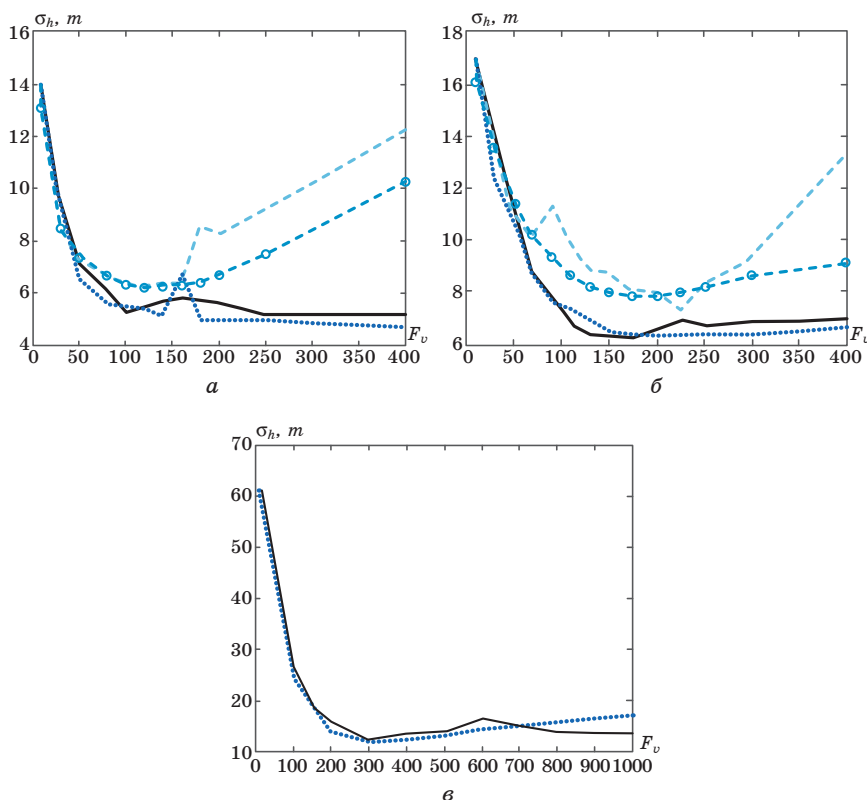
Результаты исследования точности в виде зависимостей среднеквадратичной ошибки по высоте от частоты среза фильтра подавления фазового шума  $F_c$  при использовании различных алгоритмов развертывания фазы (включая модифицированный алгоритм встречного вихревого поля) представлены на рис. 5. Точность результатов работы предложенного, анализировались в сопоставлении с еще тремя алгоритмами развертывания фазы, широко применяемыми в программных комплексах обработки радиолокационных данных дистанционного зондирования: алгоритм наименьших квадратов, алгоритм функций Грина (основанный на сходных принципах, но исправляющий не отдельные точки разрыва, а пары разрывов разных знаков) [26], алгоритм минимальной стоимости потока [6]. Первые два реализованы в программном комплексе PHOTOMOD RADAR [19], третий – в программном комплексе SARscape [27].

Из полученных зависимостей можно сделать следующие выводы:

- результаты развертывания фазы по предложенному алгоритму сопоставимы по точности получаемых результатов с алгоритмом минимальной стоимости потока, в некоторых случаях

даже превосходя его: разница в точности получаемого результата (по критерию среднеквадратичного отклонения от эталонных высот) в большинстве случаев составляет 0,25–1 м (6–25 %), что сопоставимо с точностью данных, используемых в качестве эталонных;

– предложенный алгоритм, как и алгоритмы функций Грина и минимальной стоимостью потока, обладает хорошей робаст-



**Рис. 5.** Зависимости среднеквадратичной ошибки по высоте от частоты фильтра фазового шума  $F_v$  при использовании различных алгоритмов развертывания фазы: модифицированный алгоритм встречного вихревого поля (сплошная линия), алгоритм наименьших квадратов (штриховая линия без маркеров), алгоритм функций Грина (штриховая линия с маркерами), алгоритм минимальной стоимости потока (линия с коротким штрихом):  
 $a$  – сцена 1,  $b$  – сцена 2,  $c$  – сцена 3

**Fig. 5.** Dependencies of the heights standard deviation on the phase noise filter bandwidth  $F_v$  for different unwrapping algorithms: the proposed one (solid line), the least squares algorithm (dotted line without markers), the Green's functions algorithm (dotted line with marker), the minimum cost flow algorithm (short dotted line):  
 $a$  – scene 1;  $b$  – scene 2;  $c$  – scene 3

ностью: изменения характеристик обрабатываемых сцен, вызванные перестройкой частоты предварительного фильтра фазового шума, как правило, не приводят к резким изменениям точности. Исключение составляет выброс ошибки (до 6,5 м против 4,1 ... 4,4 м для соседних значений) для сцены 1 на частотах фильтра  $F_v = 150 \dots 180$  отн. ед. при обработке алгоритмом минимальной стоимости потока, при работе предложенного алгоритма для тех же значений  $F_v$  выброс оказывается меньшим и составляет 5,9 м;

– почти всюду (за исключением области низких значений  $F_v$ ) предложенный алгоритм обеспечивает лучшую точность результатов, чем алгоритмы наименьших квадратов и функций Грина.

Таким образом, предложенный алгоритм развертывания фазы сопоставим по точности получаемого результата с наиболее распространенным алгоритмом минимальной стоимости потока, обладая при этом более низкой вычислительной сложностью:  $O(N \times M)$  против  $O(N^2 \times M)$  у последнего. Сравнение по скорости обработки не производилось в виду того, что алгоритмы реализованы в разных средах разработки с существенно различающимся быстродействием.

## Заключение

Предложен модифицированный метод развертывания фазы при интерферометрической обработке данных космических радиолокаторов с синтезированной апертурой и реализующий его алгоритм. Метод основан на построении встречного вихревого поля фазы в точках ее разрыва, модификация заключалась в предварительном выделении низкочастотной составляющей интерферограммы, формировании картины остаточной фазы и ее фильтрации. Проведен экспериментальный анализ эффективности предлагаемого метода и показано, что его точность незначительно уступает (на 6–25 %) точности развертывания фазы по алгоритму минимальной стоимости потока и в 1,5–2 раза лучше точности развертывания фазы алгоритмами наименьших квадратов и функций Грина, а в некоторых ситуациях точность результатов работы предложенного алгоритма превосходит точность результатов алгоритма минимальной стоимости потока на величину до 10 %. В то же время вычислительная сложность предлагаемого метода ниже и определяется как  $O(N \times M)$ , где  $N$  – количество элементов интерферограммы,  $M$  – количество точек разрыва (против  $O(N^2 \times M)$  у алгоритма минимальной стоимости потока).



## Список литературы

1. Шувалов Р. И. Математическое моделирование фазового градиента для задачи развертки фазы в космической радиолокационной топографической интерферометрии: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18. М.; 2011. Режим доступа: <https://www.dissercat.com/content/matematiceskoe-modelirovanie-fazovogo-gradienta-dlya-zadachirazvertki-fazy-v-kosmicheskoi>
2. Bamler R., Hartl P. Synthetic aperture radar interferometry. *Inverse Problems*. 1998;14(4):r1–r54. DOI: 10.1088/0266-5611/14/4/001
3. Costantini M. A novel phase unwrapping method based on network programming. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 1998;36(3):813–821. DOI: 10.1109/36.673674
4. Joughin I. R., Li F. K., Madsen S. N., Rodrigues E., Goldstein R. M. Synthetic Aperture Radar Interferometry. *Proceedings of the IEEE*. 2000;88(3):333–382. DOI: 10.1109/5.838084
5. Hanssen R. F. *Radar interferometry. Data interpretation and error analysis*. Dordrecht: Kluwer academic publishers; 2002. DOI: 10.1007/0-306-47633-9
6. Chen C. W., Zebker H. A. Network approaches to two-dimensional phase unwrapping: Intractability and two new algorithms. *Journal of the Optical Society of America A: Optics and Image Science, and Vision*. 2000;17(3):401–414. DOI: 10.1364/JOSAA.17.000401
7. Tribolet J. M. A New Phase Unwrapping Algorithm. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 1997;25(2):170–177. DOI: 10.1109/TASSP.1977.1162923
8. Fried D. L. Least-square fitting a wave-front distortion estimate to an array of phase-difference measurements. *Journal of the Optical Society of America*. 1997;67(3):370–375. DOI: 10.1364/JOSA.67.000370
9. Bhanu B., McClellan J. H. On the Computation of the Complex Cepstrum. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 1980;28(5):583–585. DOI: 10.1109/TASSP.1980.1163447
10. Goldstein R. M., Zebker H. A., Werner C. L. Satellite radar interferometry: Two-dimensional phase unwrapping. *Radio Science*. 1988;23(4):713–720. DOI: 10.1029/RS023i004p00713
11. Aoki T., Sotomaru T., Ozawa T., Komiyama T., Miyamoto Y., Takeda M. Two-dimensional phase unwrapping by direct elimination of rotational vector fields from phase gradients obtained by heterodyne techniques. *Optical Review*. 1998;5(6): 374–379. DOI: 10.1007/s10043-998-0374-4
12. Fowler M. L. Phase-Based Frequency Estimation: A Review. *Digital Signal Processing: A Review Journal*. 2002;12(4):590–615. DOI: 10.1006/dspr.2001.0415
13. Karout S. A., Gdeisat M. A., Burton D. R., Lalor M. J. Two-dimensional phase unwrapping using a hybrid genetic algorithm. *Applied Optics*. 2007;46(5):730–743. DOI: 10.1364/AO.46.000730
14. Huntley J. M., Coggrave C. R. Progress in phase unwrapping. *Proceedings of SPIE*. 1998;3407:86–93. DOI: 10.1117/12.323298

15. Шувалов Р.И. Развертка фазы радиолокационных топографических интерферограмм. *Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана*. 2012;(7):107–144. DOI: 10.7463/0712.0423364

16. Tomioka S., Nishiyama S. Weighted denoising for phase unwrapping. *Proceedings of SPIE*. 2014;9019:N90190M. DOI: 10.1117/12.2039390

17. Zuo C., Huang L., Zhang M., Chen Q., Asundi A. Temporal phase unwrapping algorithms for fringe projection profilometry: A comparative review. *Optics and Lasers in Engineering*. 2016;85:84–103. DOI: 10.1016/j.optlaseng.2016.04.022

18. Sun Q., Fu S. Comparative analysis of gradient-field-based orientation estimation methods and regularized singular-value decomposition for fringe pattern processing. *Applied Optics*. 2017;56(27):7708–7717. DOI: 10.1364/AO.56.007708

19. Описание модуля Photomod RADAR. Описание интерферометрического процессора. Части 1–4. М.: ЗАО «Ракурс», 2007.

20. Yu H., Lan Y., Yuan Z., Xu J., Lee H. Phase unwrapping in InSAR: A review. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*. 2019;7(1):40–58. DOI: 10.1109/MGRS.2018.2873644

21. Захарова Л.Н. Методы радиолокационной интерферометрии в исследовании характеристик земных покровов: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.03. Фрязино; 2011. Режим доступа: <https://www.dissercat.com/content/metody-radiolokatsionnoi-interferometrii-vissledovaniikharakteristik-zemnykh-pokrovov>

22. Tomioka S., Heshmat S., Miyamoto N., Nishiyama S. Phase unwrapping for noisy phase maps using rotational compensator with virtual singular points. *Applied Optics*. 2010;49(25):4735–4745. DOI: 10.1364/AO.49.004735

23. Sosnovsky A. V., Kobernichenko V.G. An InSAR phase unwrapping algorithm with the phase discontinuity compensation. *CEUR Workshop Proceedings*. 2017;2005:127–136. Available at: <http://ceur-ws.org/Vol-2005/paper-15.pdf>

24. Sosnovsky A. V., Kobernichenko V.G. Processing of large-size insar images: parallel implementation of inverse vortex phase field algorithm. *CEUR Workshop Proceedings*. 2018;2274:75–81. Available at: <http://ceur-ws.org/Vol-2274/paper-08.pdf>

25. Sosnovsky A., Kobernichenko V. A Method of Phase Unwrapping Algorithms Efficiency Analysis for InSAR Data Processing. In: *2020 International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT). Samara, 26–29 May 2020*. IEEE; 2020. DOI: 10.1109/ITNT49337.2020.9253311

26. Fornaro G., Franceschetti G., Lanari R. Interferometric SAR phase unwrapping using Green's formulation. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 1996;34(3):720–727. DOI: 10.1109/36.499751

27. ENVI SARscape products. L3HARRIS Geospatial. Available at: <https://www.l3harrisgeospatial.com/Software-Technology/ENVI-SARscape>

## References

1. Shuvalov R.I. *Mathematical modeling of the phase gradient for the problem of phase unwrapping in space radar topographic interferometry*. Moscow; 2011. (In Russ.) Available at: <https://www.dissercat.com/content/matematicheskoe-modelirovanie-fazovogo-gradienta-dlya-zadachirazvertki-fazy-v-kosmicheskoi>
2. Bamler R., Hartl P. Synthetic aperture radar interferometry. *Inverse Problems*. 1998;14(4):r1–r54. DOI: 10.1088/0266-5611/14/4/001
3. Costantini M. A novel phase unwrapping method based on network programming. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 1998;36(3):813–821. DOI: 10.1109/36.673674
4. Joughin I.R., Li F.K., Madsen S.N., Rodrigues E., Goldstein R. M. Synthetic Aperture Radar Interferometry. *Proceedings of the IEEE*. 2000;88(3):333–382. DOI: 10.1109/5.838084
5. Hanssen R.F. *Radar interferometry. Data interpretation and error analysis*. Dordrecht: Kluwer academic publishers; 2002. DOI: 10.1007/0-306-47633-9
6. Chen C.W., Zebker H.A. Network approaches to two-dimensional phase unwrapping: Intractability and two new algorithms. *Journal of the Optical Society of America A: Optics and Image Science, and Vision*. 2000;17(3):401–414. DOI: 10.1364/JOSAA.17.000401
7. Tribolet J.M. A New Phase Unwrapping Algorithm. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 1997;25(2):170–177. DOI: 10.1109/TASSP.1977.1162923
8. Fried D.L. Least-square fitting a wave-front distortion estimate to an array of phase-difference measurements. *Journal of the Optical Society of America*. 1997;67(3):370–375. DOI: 10.1364/JOSA.67.000370
9. Bhanu B., McClellan J.H. On the Computation of the Complex Cepstrum. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 1980;28(5):583–585. DOI: 10.1109/TASSP.1980.1163447
10. Goldstein R.M., Zebker H.A., Werner C.L. Satellite radar interferometry: Two-dimensional phase unwrapping. *Radio Science*. 1988;23(4):713–720. DOI: 10.1029/RS023i004p00713
11. Aoki T., Sotomaru T., Ozawa T., Komiyama T., Miyamoto Y., Takeda M. Two-dimensional phase unwrapping by direct elimination of rotational vector fields from phase gradients obtained by heterodyne techniques. *Optical Review*. 1998;5(6): 374–379. DOI: 10.1007/s10043-998-0374-4
12. Fowler M.L. Phase-Based Frequency Estimation: A Review. *Digital Signal Processing: A Review Journal*. 2002;12(4):590–615. DOI: 10.1006/dspr.2001.0415
13. Karout S.A., Gdeisat M.A., Burton D.R., Lalor M.J. Two-dimensional phase unwrapping using a hybrid genetic algorithm. *Applied Optics*. 2007;46(5):730–743. DOI: 10.1364/AO.46.000730
14. Huntley J.M., Coggrave C.R. Progress in phase unwrapping. *Proceedings of SPIE*. 1998;3407:86–93. DOI: 10.1117/12.323298

15. Shuvalov R. I. Phase unwrapping of radar topographic interferograms. *Science & Education*. 2012;(7):107–144. (In Russ.) DOI: 10.7463/0712.0423364

16. Tomioka S., Nishiyama S. Weighted denoising for phase unwrapping. *Proceedings of SPIE*. 2014;9019:N90190M. DOI: 10.1117/12.2039390

17. Zuo C., Huang L., Zhang M., Chen Q., Asundi A. Temporal phase unwrapping algorithms for fringe projection profilometry: A comparative review. *Optics and Lasers in Engineering*. 2016;85:84–103. DOI: 10.1016/j.optlaseng.2016.04.022

18. Sun Q., Fu S. Comparative analysis of gradient-field-based orientation estimation methods and regularized singular-value decomposition for fringe pattern processing. *Applied Optics*. 2017;56(27):7708–7717. DOI: 10.1364/AO.56.007708

19. Photomod RADAR module description. InSAR processor. Moscow: Rakurs; 2007. Part 1–4. (In Russ.)

20. Yu H., Lan Y., Yuan Z., Xu J., Lee H. Phase unwrapping in InSAR: A review. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*. 2019;7(1):40–58. DOI: 10.1109/MGRS.2018.2873644

21. Zakharova L. N. *Methods of radar interferometry in the study of land cover characteristics*. Fryazino; 2011. (In Russ.) Available at: <https://www.dissercat.com/content/metody-radiolokatsionnoi-interferometrii-vissledovani-kharakteristik-zemnykh-pokrovov>

22. Tomioka S., Heshmat S., Miyamoto N., Nishiyama S. Phase unwrapping for noisy phase maps using rotational compensator with virtual singular points. *Applied Optics*. 2010;49(25):4735–4745. DOI: 10.1364/AO.49.004735

23. Sosnovsky A. V., Kobernichenko V. G. An InSAR phase unwrapping algorithm with the phase discontinuity compensation. *CEUR Workshop Proceedings*. 2017;2005:127–136. Available at: <http://ceur-ws.org/Vol-2005/paper-15.pdf>

24. Sosnovsky A. V., Kobernichenko V. G. Processing of large-size insar images: parallel implementation of inverse vortex phase field algorithm. *CEUR Workshop Proceedings*. 2018;2274:75–81. Available at: <http://ceur-ws.org/Vol-2274/paper-08.pdf>

25. Sosnovsky A., Kobernichenko V. A Method of Phase Unwrapping Algorithms Efficiency Analysis for InSAR Data Processing. In: *2020 International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT)*. Samara, 26–29 May 2020. IEEE; 2020. DOI: 10.1109/ITNT49337.2020.9253311

26. Fornaro G., Franceschetti G., Lanari R. Interferometric SAR phase unwrapping using Green's formulation. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 1996;34(3):720–727. DOI: 10.1109/36.499751

27. ENVI SARscape products. L3HARRIS Geospatial. Available at: <https://www.l3harrisgeospatial.com/Software-Technology/ENVI-SARscape>

## Информация об авторе

Сосновский Андрей Васильевич – ведущий инженер, старший преподаватель департамента радиоэлектроники и связи Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина (Екатеринбург). Специалист в области обработки данных радиоэлектронных систем дистанционного зондирования Земли.

## Information about the author

**Andrey V. Sosnovsky** – Leading Engineer, Senior Lecturer, Department of Radio Electronics and Telecommunications, Ural Federal University, (Ekaterinburg, Russia). Andrey V. Sosnovsky is a specialist in the field of signal and data processing in the radar systems of the remote sensing of the Earth.

Поступила / Received: 12.07.2021

Принята в печать / Accepted: 05.08.2021